

GT EDP-MOSAR

Réunion 22-23 Mars

ENST-Telecom Paris (site principal de l'Ecole)
46, rue Barrault 75 013 Paris



Informations pratiques : si vous souhaitez participer à cette réunion, inscrivez vous à l'aide du formulaire électronique à l'adresse

http://www.bourges.univ-orleans.fr/rech/GT_EDP/

dans la rubrique **actualités**. Les repas de midi seront pris sur place. Un ticket repas vaut 12,5 euros. Un diner dans un restaurant parisien est également prévu le jeudi 22 au soir. **Il est nécessaire de s'inscrire afin de prévoir au mieux les pauses et de réserver le restaurant pour le jeudi soir mais surtout pour accéder au site de l'ENST qui est sous dispositif vigi-pirate.** Une liste des intervenants sera ainsi communiquée à l'accueil. **N'oubliez pas de vous munir d'une pièce d'identité.** Pour accéder au lieu de ces journées, vous pouvez consulter les annexes de ce programme.

- 09h30 **Accueil à l'ENST**

- 09h50 **Ouverture des journées par les organisateurs**

- 10h00 **Denis Matignon** (ENST, CNRS UMR 5141, Paris, France) :

Réalisations de systèmes adaptées à l'étude de la stabilité de certaines EDP : exemples et questions ouvertes

Le but de cet exposé est de montrer qu'on peut difficilement faire l'économie de la théorie des systèmes, et plus particulièrement de la théorie de la réalisation (en dimension finie ou infinie), lorsqu'on se livre à l'analyse mathématique de systèmes complexes gouvernés par des Equations aux Dérivées Partielles. Nous montrerons plus particulièrement qu'il peut être malencontreux, voire faux, de vouloir tirer des conclusions hâtives sur la stabilité d'un système dynamique de dimension infinie à partir de la seule analyse, formelle, de l'énergie et du principe d'invariance de LaSalle; il faut avoir recours à des théorèmes plus sophistiqués, qui localisent le spectre du générateur infinitésimal du semi-groupe, comme celui de Arendt-Batty ou Lyubich-Phóng.

Nous nous focaliserons sur une simple EDP des ondes en domaine borné, associée à toute une hiérarchie de modèles d'amortissement : amortissement frontière par impédance positive réelle, amortissement interne qualifié de fluide ou de structurel, enfin amortissement interne pseudo-différentiel de type diffusif comme celui à dérivées fractionnaires introduit dans le modèle de Webster-Lokshin. Pour analyser la stabilité de ces différents modèles, les ingrédients nécessaires, i.e. les outils mathématiques adaptés, seront introduits pas à pas, de manière à mieux appréhender la complexité véritable, parfois cachée, de cette hiérarchie de modèles d'équation des ondes amorties.

Pour finir, nous aborderons le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli avec impédance parfaitement adaptée : une preuve rigoureuse de stabilité doit faire appel à une réalisation dissipative de la matrice d'impédance diffusives positive réelle, question ouverte à notre connaissance.

- 11h00 **Martin GUGAT** (Institut de Mathématiques Appliquées, université de Erlangen, Allemagne), **Mario SIGALLOTTI** (INRIA et Institut Elie Cartan, Nancy, France) et **Marius TUCSNAK** (Institut Elie Cartan, Nancy, France) :

Sur l'influence d'un feedback en position sur la robustesse du contrôle frontière d'une corde

Il est bien connu que l'équation d'une corde vibrante peut être stabilisée par un feedback frontière, obtenu comme une combinaison linéaire d'un terme en position et d'un terme en vitesse. Nous rappellerons, dans un premier temps, des résultats de Conrad affirmant que le terme en position n'améliore pas les performances du contrôleur (ou le taux de décroissance du semi-groupe en boucle fermé). En choisissant une perturbation constante en espace et une sortie scalaire nous étudions l'influence du terme en position sur la robustesse par rapport à ce type de perturbations. Nous démontrons que, dans certains cas, la norme de l'opérateur associant la sortie à la perturbation décroît par la présence du feedback en position. Dans d'autre cas, nous effectuons des testes numériques menant au même type de conclusion.

- 12h00 Repas

- 14h00 **Emmanuelle Crépeau** (Equipe de Mathématiques Appliquées, université de Versailles Saint Quentin, France), **Eduardo Cerpa**, **Jean-Michel Coron** (Laboratoire de Mathématique, Université Paris Sud, Orsay, France) :

Contrôlabilité exacte de l'équation de Korteweg-de Vries non linéaire.

Nous proposons l'étude du contrôle de l'équation de Korteweg-de Vries :

$$\begin{aligned}y_t + y_x + yy_x + y_{xxx} &= 0, \\y(t, 0) = y(t, L) &= 0, \\y_x(t, L) &= u(t),\end{aligned}$$

où l'état est y et le contrôle u . La contrôlabilité de cette équation a été étudiée en 1997 par Lionel Rosier. Il a prouvé que pour certaines longueurs L du domaine spatial, le linéarisé autour de zéro n'est pas contrôlable. Dans cette présentation nous montrerons comment, par des développements limités poussés à l'ordre 2 ou 3 et des arguments de point fixe, nous arrivons à prouver la contrôlabilité du système non linéaire pour des temps suffisamment grands dans le cas de longueurs critiques.

- 15h00 **Sheetal Dharmatti**, Jean-Pierre Raymond (MIP-UPS, Toulouse, France) :

H_∞ Feedback Boundary Stabilization of the Two Dimensional Navier-Stokes Equations

We study the robust or H^∞ exponential stabilization of the linearized Navier-Stokes equations around an unstable stationary solution, by means of a feedback boundary control, in dimension 2. The feedback law is determined by solving a Linear-Quadratic control problem. We do not assume that the normal component of the control is equal to zero. In that case the state equation, satisfied by the velocity field y , is decoupled into an evolution equation satisfied by Py , where P is the so-called Helmholtz projection operator, and a quasi-stationary elliptic equation satisfied by $(I-P)y$. Using this decomposition we show that the feedback law can be expressed only in function of Py . In the two dimensional case we show that the linear feedback law provides a local exponential stabilization of the Navier-Stokes equations.

- 16h00 Pause

- 16h30 **C. Prieur** (LAAS-CNRS, Toulouse, France), G. Bastin (Université catholique de Louvain-la-Neuve, Belgique), J. Winkin (Université de Namur, Belgique), et V. Dos Santos (Université de Lyon I, France) :

Contrôle frontière d'un système non-homogène d'équations de lois de conservation : aspects théoriques, numériques et expérimentaux

Dans cet exposé, nous considérons le problème de la stabilité d'un système de lois de conservation perturbées par des termes non-homogènes. Ces termes non-homogènes sont supposés être petits en norme C^1 . A l'aide d'un calcul sur les invariants de Riemann, nous établissons un critère de stabilité écrit en termes de conditions frontière. Ensuite nous appliquons ce résultat au problème du contrôle de l'écoulement de l'eau dans un canal. Nous modélisons le mouvement du fluide par les équations de Saint-Venant perturbées par des petits termes non-homogènes pour tenir compte de la friction, de la pente et de l'apport d'eau extérieur. Notre condition de stabilité nous permet de calculer des contrôles frontière stabilisant. Ce calcul est illustré par des simulations numériques utilisant des données réelles (canal de la Sambre en Belgique), ainsi que par des expérimentations sur un micro-canal.

- 17h30 **Céline Casenave**, Gérard Montseny (LAAS-CNRS, Toulouse, France) :

Formulation diffusive de certains problèmes dynamiques

La première partie de l'exposé est une brève introduction à la représentation diffusive. On y présente les notions fondamentales et les principales propriétés de cette approche dédiée aux opérateurs intégraux généraux. Dans la deuxième partie, on présente quelques problèmes dynamiques formulés au moyen de la représentation diffusive et on détaille certains aspects techniques de leur analyse et résolution.

- 09h00 **Stéphane Mottelet**, (Université de Compiègne, France) :

Stabilisation d'un système perturbé par un couplage fluide-structure

On considère un système de type « camion citerne à moitié plein » simplifié contraint à des déplacements longitudinaux et commandé via une force extérieure. Le problème consiste à stabiliser le camion et le fluide à l'aide d'un feedback « raisonnable », c'est à dire éventuellement utilisable sur un système réel. On montre qu'il existe un feedback « naturel » qui conduit à la stabilité forte du système mais qui est plus ou moins efficace suivant les masses relatives de la structure du camion et du fluide. On montre qu'il existe une autre stratégie de feedback très efficace quand la masse du fluide est négligeable. Dans la situation où les masses sont comparables, il faut étudier un problème de perturbation non trivial.

- 10h00 Pause

- 10h30 **Alban Quadrat** (INRIA, Sophia-Antipolis, France) :

Factorisation et décomposition des systèmes linéaires fonctionnels

La factorisation de matrices polynomiales univariées sous forme de Smith a joué un rôle important dans l'étude des systèmes de contrôles linéaires. En particulier, cette forme canonique permet de transformer un système linéaire d'équations différentielles à coefficients constants en un système équivalent d'équations différentielles découplées, simplifiant ainsi l'étude du système (e.g., intégration, étude des invariants structurels, stabilité, réalisation).

Malheureusement, nous savons qu'une telle forme n'existe généralement plus pour les systèmes différentiels à retard ou d'équations aux dérivées partielles. Le but de cet exposé est de caractériser quand un système linéaire fonctionnel à coefficients constants ou variants (e.g., équations différentielles, équations aux dérivées partielles, équations différentielles à retard, équations aux récurrences ou aux différences) est équivalent à un système ayant une forme bloc-triangulaire ou bloc-diagonale. Ces résultats utilisent des techniques algébriques telles que la théorie des modules, l'algèbre homologique, l'algèbre constructive et le calcul formel. Les différents algorithmes constructifs exposés sont implantés dans le package MORPHISMS basé sur la librairie OREMODULES et ses packages QUILLENUSLIN et STAFFORD.

Nous montrerons que de très nombreux systèmes d'équations aux dérivées partielles classiquement étudiés en physique mathématique (e.g., ondes acoustiques, ligne de transmission, fluide en rotation, équations de Cauchy-Riemann, de Beltrami, de Dirac...) ainsi que des systèmes différentiels retardés étudiés dans la littérature de l'automatique (e.g., modèle de soufflerie, différents modèles de réservoir, barres flexibles, modèles de réseaux) sont équivalents à des systèmes ayant des formes bloc-triangulaires ou bloc-diagonales, ce qui simplifie grandement leurs analyses et leurs synthèses (e.g., contrôlabilité, observabilité, platitude, π -liberté, paramétrisations, découplage). Finalement, nous montrerons comment utiliser les résultats développés pour calculer les lois de conservation quadratiques intervenant en élasticité linéaire, hydrodynamique et électromagnétisme.

- 11h30 **Pierre Rouchon**, (Centre Automatique et Systèmes, Ecole des Mines de Paris, France) :

Contrôlabilité des systèmes quantiques de type spin-ressort

Résumé

- 12h30 Repas

Amphi EMERAUDE au 1er sous-sol du bâtiment B

- 14h30 **Matthew Peet** (INRIA, Rocquencourt, France) :

On the construction of positive quadratic forms using semidefinite programming

We consider the problem of proving stability of linear differential equations with delays. For such systems it is known that stability implies that there exists a quadratic Lyapunov function on the state space. For infinite-dimensional systems, the problem of constructing Lyapunov functional is difficult and has not previously been approached in a general algorithmic framework. In this talk, we present results which allow us to construct a general class of quadratic functionals using semidefinite programming. This allow stability to be reduced to a semidefinite programming problem for certain systems.

- 15h30 Pause

- 16h00 **Catherine Bonnet** (INRIA, Rocquencourt, France), Jonathan R. Partington (université de Leeds, UK) :

Stabilisation H_∞ de systèmes fractionnaires à retards de type neutre

La stabilité H_∞ des systèmes à retards de type neutre (fractionnaires ou non) ne se réduit pas à la condition 'pas de pôles dans le demi-plan droit' mais ne requiert pas non plus une bande supplémentaire sans pôles à gauche de l'axe imaginaire.

Nous donnons ici de nouveaux tests de stabilité qui caractérisent complètement la stabilité des fonctions de transfert du type $G(s) = \frac{r(s)}{p(s) + q(s)e^{-sh}}$ où $h > 0$ and p, q, r sont des polynômes réels dans la variable s^μ pour $0 < \mu < 1$.

Lorsque $r(s) = 1$ et $\deg p = \deg q = 1$, une paramétrisation complète de tous les contrôleurs H_∞ -stabilisants peut être obtenue. Ce n'est pas toujours le cas lorsque $\mu = 1$.

- 17h00-17h30 Réunion de clôture

**Comment accéder au site de l'ENST (site principal de l'Ecole), 46, rue
Barrault 75 013 Paris, Amphi EMERAUDE et Amphi RUBIS au 1er sous-sol
du bâtiment B**

Vous pouvez consulter la page <http://www.enst.fr/outils/adresse/> pour plus de précisions. Nous reprenons ci-dessous l'essentiel de ces informations.

- A partir des gares parisiennes : (le billet de métro/RER coûte 1,40 euros)
 - depuis la Gare Montparnasse : métro ligne 6 direction Nation jusqu'à Corvisart (durée 20 min. environ) ;
 - depuis la Gare de Lyon ou la Gare St-Lazare : métro ligne 14 direction Bibliothèque jusqu'à Bercy puis changer pour la ligne 6 direction Étoile jusqu'à Corvisart (durée 25 min. depuis Gare de Lyon ou 35 min. depuis St-Lazare) ;
 - depuis la Gare du Nord ou Châtelet-Les Halles : RER ligne B direction Robinson/St-Rémy jusqu'à Denfert-Rochereau puis changer pour le métro ligne 6 direction Nation jusqu'à Corvisart (durée 30 min. depuis Gare du Nord ou 26 min. depuis Châtelet) ;
 - depuis la Gare d'Austerlitz ou la Gare de l'Est : métro ligne 5 direction Place d'Italie jusqu'au terminus puis changer pour la ligne 6 direction Étoile jusqu'à Corvisart (durée 25 min. depuis Austerlitz ou 35 min. depuis Gare de l'Est).
- A partir des aéroports parisiens :
 - depuis l'Aéroport Roissy-Charles de Gaulle : RER ligne B direction Robinson/St-Rémy jusqu'à Denfert-Rochereau puis changer pour le métro ligne 6 direction Nation jusqu'à Corvisart (durée 1 h. environ. Prix du billet 8 euros y compris le trajet métro) ;
 - depuis l'Aéroport d'Orly : Orlybus jusqu'à Denfert-Rochereau (terminus) puis changer pour le métro ligne 6 direction Nation jusqu'à Corvisart (durée 35-50 min. environ. Le billet Orlybus coûte 5,80 euros, plus le billet de métro 1,40 euros).
- Prix du taxi :
 - depuis une grande gare : 10 à 15 euros ;
 - depuis l'aéroport d'Orly : 25 à 30 euros ;
 - depuis l'aéroport Roissy-CDG : 35 à 45 euros.

